

Catálogo

Fórmulas básicas, unidades y equivalencias	1
Apéndice A. Matemáticas	1
Apéndice B. Sistema internacional de unidades (SI)	3
Apéndice C. Factores de conversión	5
Fórmulas comunes	7
Apéndice B	7

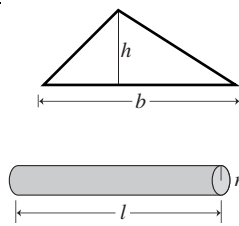
Fórmula cuadrática

Si $ax^2 + bx + c = 0$, entonces $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Circunferencia, área, volumen

Siendo $\pi = 3,14159\dots$

Circunferencia del círculo	$2\pi r$
Área del círculo	πr^2
Superficie de la esfera	$4\pi r^2$
Volumen de la esfera	$4/3\pi r^3$
Área del triángulo	$1/2bh$
Volumen del cilindro	$\pi r^2 l$



Trigonometría

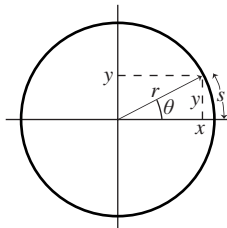
Definición de ángulo (en radianes): $\theta = \frac{s}{r}$

Hay 2π radianes en un círculo completo.

1 radián $\approx 57,3^\circ$

Funciones trigonométricas

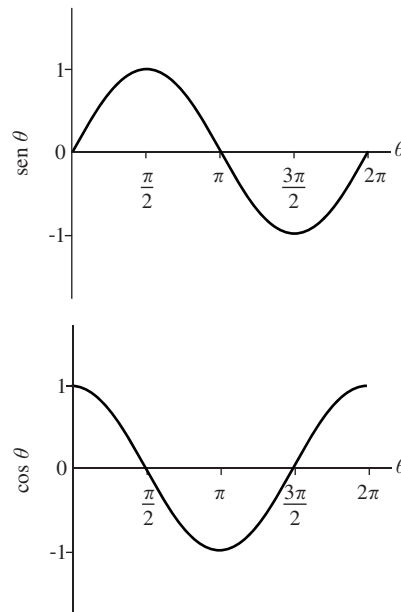
$$\begin{aligned} \text{sen } \theta &= \frac{y}{r} \\ \text{cos } \theta &= \frac{x}{r} \\ \text{tan } \theta &= \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta} = \frac{y}{x} \end{aligned}$$



Valores en algunos ángulos seleccionados

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	
$\theta \rightarrow$	0 (30°)	(45°)	(60°)	(90°)	
sen θ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos θ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan θ	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

Gráficas de funciones trigonométricas



Identidades trigonométricas

$$\begin{aligned} \text{sen}(-\theta) &= -\text{sen } \theta \\ \text{cos}(-\theta) &= \text{cos } \theta \\ \text{sen}\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) &= \pm \text{cos } \theta \\ \text{cos}\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) &= \pm \text{sen } \theta \\ \text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta &= 1 \\ \text{sen } 2\theta &= 2 \text{sen } \theta \text{cos } \theta \end{aligned}$$

Leyes de los cosenos y de los senos

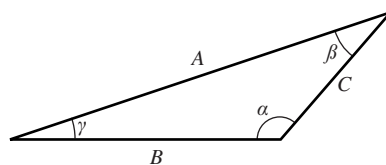
A, B, C son los lados de un triángulo arbitrario y α, β y γ son los ángulos opuestos a dichos lados:

Ley de los cosenos

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \text{cos } \gamma$$

Ley de los senos

$$\frac{\text{sen } \alpha}{A} = \frac{\text{sen } \beta}{B} = \frac{\text{sen } \gamma}{C}$$



Exponenciales y logaritmos

$$e^{\ln x} = x \quad \ln e^x = x \quad e = 2,71828\dots$$

$$a^x = e^{x \ln a} \quad \ln(xy) = \ln x + \ln y$$

$$a^x a^y = a^{x+y} \quad \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$$

$$(a^x)^y = a^{xy} \quad \ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x$$

$$10^{\log x} = x$$

Aproximaciones

Para $|x| \ll 1$, las siguientes expresiones proporcionan buenas aproximaciones a funciones comunes:

$$e \approx 1 + x$$

$$\sin x \approx x$$

$$\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$$

$$\ln(1+x) \approx x$$

$$(1+x)^p \approx 1 + px \quad (\text{aproximación binomial})$$

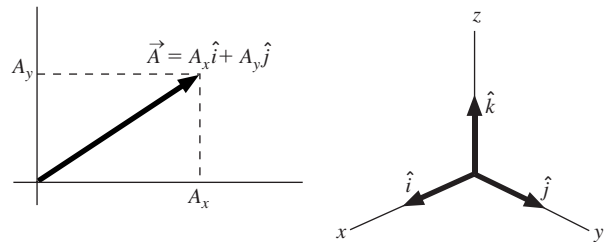
Las expresiones que no están en la forma apropiada, a menudo pueden escribirse en dicha forma. Por ejemplo,

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 + y^2}} = \frac{1}{a\sqrt{1 + \frac{y^2}{a^2}}} = \frac{1}{a} \left(1 + \frac{y^2}{a^2}\right)^{-1/2} \approx \frac{1}{a} \left(1 - \frac{y^2}{2a^2}\right)$$

para $y^2 / a^2 \ll 1$, o $y^2 \ll a^2$.

Notación con vectores unitarios

Un vector arbitrario \vec{A} puede escribirse en función de sus componentes A_x , A_y y A_z , y de los vectores unitarios \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} , que tienen una longitud igual a 1 y la dirección de los ejes x , y y z .



Sistema internacional de unidades (SI)

Este material procede de la séptima edición de “Le Système International d’Unités (SI)”, la publicación definitiva editada en francés, en 1991, por el International Bureau of Weights and Measures (BIPM). El año en que fue adoptada cada definición se indica entre paréntesis.

Longitud (metro): el metro es la longitud de la trayectoria recorrida por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de 1/299 792 458 segundos. (1983)

Masa (kilogramo): el kilogramo es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo. (1889)

Tiempo (segundo): el segundo es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo del Cesio-133. (1967)

Corriente eléctrica (amperio): el amperio es aquella corriente constante que, si se mantuviera en dos conductores rectos y paralelos de longitud infinita y sección transversal circular despreciable, que estuvieran separados 1 metro en el vacío, produciría entre dichos conductores una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro de longitud. (1948)

Temperatura (kelvin): el kelvin, la unidad de temperatura termodinámica, es la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua. (1967)

Cantidad de sustancia (mol): el mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos del carbono 12. (1971)

Intensidad luminosa (candela): la candela es la intensidad luminosa, en una dirección determinada, de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia $540 \cdot 10^{12}$ hercios y que tiene una intensidad radiante en dicha dirección de (1/683) vatios por esterorradián. (1979)

Unidades básica y suplementarias del SI

Magnitud	Unidad SI	
	Nombre	Símbolo
Unidad básica		
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	amperio	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd
Unidades suplementarias		
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	esterorradián	sr

Prefijos SI

Factor	Prefijo	Símbolo
10^{24}	yotta	Y
10^{21}	zetta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deca	da
10^0	—	—
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

Algunas unidades derivadas del SI con nombres especiales

Magnitud	Nombre	Símbolo	Unidad SI	
			Expresión en función de otras unidades	Expresión en función de las unidades base del SI
Frecuencia	hercio	Hz		s^{-1}
Fuerza	newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Presión, esfuerzo	pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energía, trabajo, calor	julio	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Potencia	vatio	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Carga eléctrica charge	culombio	C		$s \cdot A$
Potencial eléctrico, diferencia de potencial, fuerza electromotriz	voltio	V	J/C	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} A^{-1}$
Capacidad	faradio	F	C/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 A^2$
Resistencia eléctrica	ohmio		V/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} A^{-2}$
Flujo magnético	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} A^{-1}$
Campo magnético	tesla	T	Wb/m^2	$kg \cdot s^{-2} A^{-1}$
Inductancia	henrio	H	Wb/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} A^{-2}$
Radioactividad	becquerel	Bq	1 desintegración/s	s^{-1}
Dosis de radiación absorbida	gray	Gy	J/Kg , 100 rad	$m^2 \cdot s^{-2}$
Equivalente de dosis de radiación	sievert	Sv	J/Kg 100 rem	$m^2 \cdot s^{-2}$

Alfabeto griego

Mayúscula	Minúscula
Alfa	α
Beta	β
Gamma	γ
Delta	
Epsilon	
Zeta	
Eta	
Theta	θ
Iota	
Kappa	
Lambda	
Mu	
Nu	
Xi	
Omicron	
Pi	π
Rho	
Sigma	
Tau	
Upsilon	
Phi	
Chi	
Psi	
Omega	

Constantes físicas

Constante	Símbolo	Valor con tres cifras significativas		Mejor valor conocido*
Velocidad de la luz	c	3,00	10^8 m/s	299792458 m/s (exacto)
Carga elemental	e	1,60	10^{-19} C	1,60217733(49) 10^{-19} C
Masa del electrón	m_e	9,11	10^{-31} kg	9,1093897(54) 10^{-31} kg
Masa del protón	m_p	1,67	10^{-27} kg	1,6726231(10) 10^{-27} kg
Constante gravitatoria	G	6,67	10^{-11} N·m ² /kg ²	6,67259(85) 10^{-11} N·m ² /kg ²
Constante de permeabilidad	μ_0	1,26	10^{-6} N/A ²	4π 10^{-7} (exacto)
Constante de permitividad	ϵ_0	8,85	10^{-12} C ² /N·m ²	$1/\mu_0 c^2$ (exacto)
Constante de Boltzmann	k	1,38	10^{-23} J/K	1,380658(12) 10^{-23} J/K
Constante de gas universal	R	8,31	J/K·mol	8,31441(26) J/K·mol
Constante de Stefan-Boltzmann		5,67	10^{-8} W/m ² ·K ⁴	5,67051(19) 10^{-8} W/m ² ·K ⁴
Constante de Planck	h	6,63	10^{-34} J·s	6,62606821(90) 10^{-34} J·s
Número de Avogadro	N_A	6,02	10^{23} mol ⁻¹	6,0221367(36) 10^{23} mol ⁻¹
Radio de Bohr	a_0	5,29	10^{-11} m	5,29177249(24) 10^{-11} m

*Los paréntesis indican incertidumbre en las últimas posiciones decimales.

A continuación se enumeran los equivalentes en el SI de unidades que no son del sistema SI. Para convertir de las unidades mostradas a unidades del SI, basta con multiplicar por el factor dado; para convertir en sentido contrario, habrá que dividir. Para llevar a cabo conversiones dentro del sistema SI, consulte la tabla de los prefijos SI del Apéndice B o el Capítulo 1. Los factores de conversión que por definición no son exactos se proporcionan, como máximo, con cuatro cifras significativas.

Longitud

1 pulgada = 0,0254 m	1 angstrom (Å) = 10^{-10} m
1 pie = 0,3048 m	1 año luz (al) = 9,46 10^{15} m
1 yarda = 0,9144 m	1 unidad astronómica (UA) = 1,5 10^{11} m
1 milla = 1609 m	1 parsec = 3,09 10^{16} m
1 milla náutica = 1852 m	1 fermi = 10^{-15} m = 1 fm

Masa

1 slug = 14,59 kg
1 unidad de masa unificada (u) = 1,661 10^{-27} kg
1 tonelada métrica (ton, t) = 1000 kg

En ocasiones, en el sistema británico se utilizan (incorrectamente) las unidades de fuerza para la masa. Las unidades dadas a continuación realmente son igual a la cantidad de kilogramos multiplicada por g, la aceleración de la gravedad.

1 libra (lb) = peso de 0,454 kg	1 onza = peso de 0,02835 kg
1 ton = peso de 908 kg	

Tiempo

1 minuto (min) = 60 s	1 día (d) = 24 h = 86.400 s
1 hora (h) = 60 min = 3600 s	1 año (a) = 365,2422 d = 3,156 10^7 s

Área

1 hectárea (ha) = 10^4 m ²	1 acre = 4047 m ²
1 pulgada cuadrada (in ²) = 6,452 10^{-4} m ²	1 barn = 10^{-28} m ²
1 pie cuadrado (ft ²) = 9,290 10^{-2} m ²	1 shed = 10^{-30} m ²

Volumen

1 litro (L) = 1000 cm ³ = 10^{-3} m ³	1 galón (USA; gal) = 3,785 10^{-3} m ³
1 pie cúbico (ft ³) = 2,832 10^{-2} m ³	1 galón (Británico) = 4,546 10^{-3} m ³
1 pulgada cúbica (in ³) = 1,639 10^{-5} m ³	
1 onza líquida = 1/128 gal = 2,957 10^{-5} m ³	
1 barril = 42 gal = 0,1590 m ³	

Ángulo, fase

1 grado (°) = $\pi/180$ rad = 1,745 10^{-2} rad
1 revolución (rev) = 360° = 2π rad
1 ciclo = 360° = 2π rad

*La duración de un año varía muy lentamente con las variaciones del periodo orbital de la Tierra.

Celeridad, velocidad

1 km/h = (1/3,6) m/s = 0,2778 m/s 1 ft/s = 0,3048 m/s
 1 mi/h = 0,4470 m/s 1 al/a = 3,00 · 10⁻⁸ m/s

Celeridad angular, velocidad angular, frecuencia y frecuencia angular

1 rev/s = 2π rad/s = 6,283 rad/s (s⁻¹) 1 rev/min (rpm) = 0,1047 rad/s (s⁻¹)
 1 Hz = 1 ciclo/s = 2π s⁻¹

Fuerza

1 dina = 10⁻⁵ N 1 libra (lb) = 4,448 N = peso de 0,454 kg

Presión

1 dina/cm² = 0,10 Pa 1 lb/in² (psi) = 6,895 · 10³ Pa
 1 atmósfera (atm) = 1,013 · 10⁵ Pa 1 pulgada H₂O (15°C) = 248,8 Pa
 1 torr = 1 mm Ha a 0°C = 133,3 Pa 1 pulgada Hg (15°C) = 3,377 · 10³ Pa
 1 bar = 10⁵ Pa = 0,987 atm

Energía, trabajo, calor

1 ergio = 10⁻⁷ J 1 Btu* = 1,054 · 10³ J
 1 caloría* (cal) = 4,184 J 1 kWh = 3,6 · 10⁶ J
 1 electrónvoltio (eV) = 1,602 · 10⁻¹⁹ J 1 megatón (campo explosivo: Mt)
 1 pie-libra (ft · lb) = 1,356 J = 4,18 · 10¹⁵ J

Potencia

1 erg/s = 10⁻⁷ W 1 Btu/h (Btuh) = 0,293 W
 1 caballo de vapor (cv) = 746 W 1 pie-libra/s = 1,356 W

Campo magnético

1 gauss (G) = 10⁻⁴ T

Radiación

1 curie (ci) = 3,7 · 10¹⁰ Bq 1 rad = 10⁻² Gy
 1 rem = 10⁻² Sv

Contenido de energía de los combustibles

Fuente de energía	Contenido en energía
Carbón	29 MJ/kg = 7300 kWh/ton = 25 · 10 ⁶ Btu/ton
Aceite	43 MJ/kg = 39 kWh/gal = 1,3 · 10 ⁵ Btu/gal
Gasolina	44 MJ/kg = 36 kWh/gal = 1,2 · 10 ⁶ Btu/gal
Gas natural	55 MJ/kg = 30 kWh/100 pies ³ = 1000 Btu/pies ³
Uranio (fisión)	
Abundancia normal	5,8 · 10 ¹¹ J/kg = 1,6 · 10 ⁵ kWh/kg
Puro U-235	8,2 · 10 ¹³ J/kg = 2,3 · 10 ⁷ kWh/kg
Hidrógeno (fusión)	
Abundancia normal	7 · 10 ¹¹ J/kg = 3,0 · 10 ⁴ kWh/kg
Deuterio puro	3,3 · 10 ¹⁴ J/kg = 9,2 · 10 ⁷ kWh/kg
Agua	1,2 · 10 ¹⁰ J/kg = 1,3 · 10 ⁴ kWh/kg = 340 gal gasolina/gal
H ₂ O	
100% conversión, materia en energía	9,0 · 10 ¹⁶ J/kg = 931 Me V/u = 2,5 · 10 ¹⁰ kWh/kg

*Valores basados en la caloría termodinámica; otras definiciones varían ligeramente.

B

Fórmulas importantes

B.1 Fórmulas de álgebra

Exponentes

Si todas las bases son diferentes de cero:

$$\begin{aligned}
 u^m u^n &= u^{m+n} & \frac{u^m}{u^n} &= u^{m-n} \\
 u^0 &= 1 & u^{-n} &= \frac{1}{u^n} \\
 (uv)^m &= u^m v^m & (u^m)^n &= u^{mn} \\
 \left(\frac{u}{v}\right)^m &= \frac{u^m}{v^m}
 \end{aligned}$$

Radicales y exponentes racionales

Si todas las raíces son números reales:

$$\begin{aligned}
 \sqrt[n]{uv} &= \sqrt[n]{u} \cdot \sqrt[n]{v} & \sqrt[n]{\frac{u}{v}} &= \frac{\sqrt[n]{u}}{\sqrt[n]{v}} \quad (v \neq 0) \\
 \sqrt[n]{\sqrt[m]{u}} &= \sqrt[nm]{u} & (\sqrt[n]{u})^m &= u \\
 \sqrt[n]{u^m} &= (\sqrt[n]{u})^m & \sqrt[n]{u^n} &= \begin{cases} |u| & n \text{ par} \\ u & n \text{ impar} \end{cases} \\
 u^{1/n} &= \sqrt[n]{u} & u^{m/n} &= (u^{1/n})^m = (\sqrt[n]{u})^m \\
 u^{m/n} &= (u^m)^{1/n} = \sqrt[n]{u^m}
 \end{aligned}$$

Productos especiales

$$\begin{aligned}
 (u + v)(u - v) &= u^2 - v^2 \\
 (u + v)^2 &= u^2 + 2uv + v^2 \\
 (u - v)^2 &= u^2 - 2uv + v^2 \\
 (u + v)^3 &= u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 \\
 (u - v)^3 &= u^3 - 3u^2v + 3uv^2 - v^3
 \end{aligned}$$

Factorización de polinomios

$$\begin{aligned}
 u^2 - v^2 &= (u + v)(u - v) \\
 u^2 + 2uv + v^2 &= (u + v)^2 \\
 u^2 - 2uv + v^2 &= (u - v)^2 \\
 u^3 + v^3 &= (u + v)(u^2 - uv + v^2) \\
 u^3 - v^3 &= (u - v)(u^2 + uv + v^2)
 \end{aligned}$$

Desigualdades

Si $u < v$ y $v < w$, entonces $u < w$.

Si $u < v$, entonces $u + w < v + w$.

Si $u < v$ y $c > 0$, entonces $uc < vc$.

Si $u < v$ y $c < 0$, entonces $uc > vc$.

Si $c > 0$, $|u| < c$ es equivalente a $-c < u < c$.

Si $c > 0$, $|u| > c$ es equivalente a $u < -c$ o bien $u > c$.

Fórmula cuadrática

Si $a \neq 0$, las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ están dadas por

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Logaritmos

Si $0 < b \neq 1$, $0 < a \neq 1$, $x, R, S > 0$

$y = \log_b x$ si, y sólo, si $b^y = x$

$$\log_b 1 = 0$$

$$\log_b b = 1$$

$$\log_b b^y = y$$

$$b^{\log_b x} = x$$

$$\log_b RS = \log_b R + \log_b S$$

$$\log_b \frac{R}{S} = \log_b R - \log_b S$$

$$\log_b R^c = c \log_b R$$

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

Determinantes

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Sucesiones y series aritméticas

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) \text{ o } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1)d]$$

Sucesiones y series geométricas

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad (r \neq 1)$$

$$S = \frac{a_1}{1 - r} \quad (|r| < 1) \text{ serie geométrica infinita.}$$

Factorial

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$n \cdot (n - 1)! = n!, \quad 0! = 1$$

Coficiente binomial

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ (enteros } n \text{ y } r, n \geq r \geq 0)$$

Teorema del binomio

Si n es un entero positivo

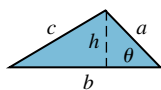
$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^r + \dots + \binom{n}{n}b^n$$

B.2 Fórmulas de geometría

Triángulo

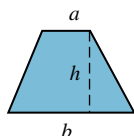
$$h = a \text{ sen } \theta$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2}bh$$



Trapezio

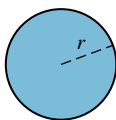
$$\text{Área} = \frac{h}{2}(a+b)$$



Círculo

$$\text{Área} = \pi r^2$$

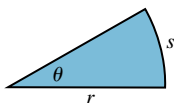
$$\text{Circunferencia} = 2\pi r$$



Sector circular

$$\text{Área} = \frac{\theta r^2}{2} \text{ (}\theta \text{ en radianes)}$$

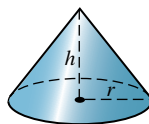
$$s = r\theta \text{ (}\theta \text{ en radianes)}$$



Cono circular recto

$$\text{Volumen} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

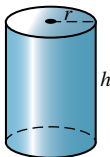
$$\text{Área de la superficie lateral} = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$$



Cilindro circular recto

$$\text{Volumen} = \pi r^2 h$$

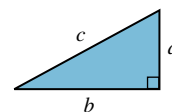
$$\text{Área de la superficie lateral} = 2\pi r h$$



Triángulo rectángulo

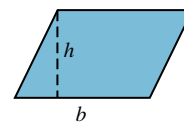
Teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



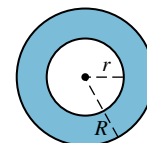
Paralelogramo

$$\text{Área} = bh$$



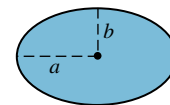
Anillo circular

$$\text{Área} = \pi(R^2 - r^2)$$



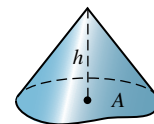
Elipse

$$\text{Área} = \pi ab$$



Cono

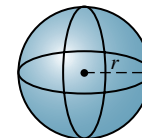
$$\text{Volumen} = \frac{Ah}{3} \text{ (} A = \text{Área de la base)}$$



Esfera

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{Área de la superficie} = 4\pi r^2$$



B.3 Fórmulas de trigonometría

Medida angular

$$\pi \text{ radianes} = 180^\circ$$

$$\text{Por lo que, } 1 \text{ radián} = \frac{180}{\pi} \text{ grados,}$$

$$\text{y } 1 \text{ grado} = \frac{\pi}{180} \text{ radianes.}$$

Identidades recíprocas

$$\operatorname{sen} x = \frac{1}{\operatorname{csc} x}$$

$$\operatorname{csc} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$$

$$\operatorname{cos} x = \frac{1}{\operatorname{sec} x}$$

$$\operatorname{sec} x = \frac{1}{\operatorname{cos} x}$$

$$\operatorname{tan} x = \frac{1}{\operatorname{cot} x}$$

$$\operatorname{cot} x = \frac{1}{\operatorname{tan} x}$$

Identidades cociente

$$\operatorname{tan} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$$

$$\operatorname{cot} x = \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x}$$

Identidades pitagóricas

$$\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x = 1$$

$$1 + \operatorname{tan}^2 x = \operatorname{sec}^2 x$$

$$1 + \operatorname{cot}^2 x = \operatorname{csc}^2 x$$

Identidades impar-par

$$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen} x$$

$$\operatorname{csc}(-x) = -\operatorname{csc} x$$

$$\operatorname{cos}(-x) = \operatorname{cos} x$$

$$\operatorname{sec}(-x) = \operatorname{sec} x$$

$$\operatorname{tan}(-x) = -\operatorname{tan} x$$

$$\operatorname{cot}(-x) = -\operatorname{cot} x$$

Identidades de suma y diferencia

$$\operatorname{sen}(u + v) = \operatorname{sen} u \operatorname{cos} v + \operatorname{cos} u \operatorname{sen} v$$

$$\operatorname{sen}(u - v) = \operatorname{sen} u \operatorname{cos} v - \operatorname{cos} u \operatorname{sen} v$$

$$\operatorname{cos}(u + v) = \operatorname{cos} u \operatorname{cos} v - \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v$$

$$\operatorname{cos}(u - v) = \operatorname{cos} u \operatorname{cos} v + \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v$$

$$\operatorname{tan}(u + v) = \frac{\operatorname{tan} u + \operatorname{tan} v}{1 - \operatorname{tan} u \operatorname{tan} v}$$

$$\operatorname{tan}(u - v) = \frac{\operatorname{tan} u - \operatorname{tan} v}{1 + \operatorname{tan} u \operatorname{tan} v}$$

Identidades de cofunción

$$\operatorname{cos}\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \operatorname{sen} u$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \operatorname{cos} u$$

$$\operatorname{tan}\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \operatorname{cot} u$$

$$\operatorname{cot}\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \operatorname{tan} u$$

$$\operatorname{sec}\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \operatorname{csc} u$$

$$\operatorname{csc}\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \operatorname{sec} u$$

Identidades del ángulo doble

$$\operatorname{sen} 2u = 2 \operatorname{sen} u \operatorname{cos} u$$

$$\operatorname{cos} 2u = \operatorname{cos}^2 u - \operatorname{sen}^2 u$$

$$= 2\operatorname{cos}^2 u - 1$$

$$= 1 - 2\operatorname{sen}^2 u$$

$$\operatorname{tan} 2u = \frac{2 \operatorname{tan} u}{1 - \operatorname{tan}^2 u}$$

Identidades para reducir potencias

$$\operatorname{sen}^2 u = \frac{1 - \operatorname{cos} 2u}{2}$$

$$\operatorname{cos}^2 u = \frac{1 + \operatorname{cos} 2u}{2}$$

$$\operatorname{tan}^2 u = \frac{1 - \operatorname{cos} 2u}{1 + \operatorname{cos} 2u}$$

Identidades del ángulo medio

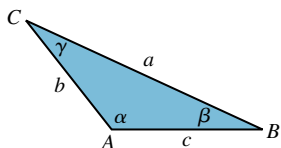
$$\operatorname{sen} \frac{u}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} u}{2}}$$

$$\operatorname{cos} \frac{u}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \operatorname{cos} u}{2}}$$

$$\operatorname{tan} \frac{u}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} u}{1 + \operatorname{cos} u}}$$

$$= \frac{1 - \operatorname{cos} u}{\operatorname{sen} u} = \frac{\operatorname{sen} u}{1 + \operatorname{cos} u}$$

Triángulos



Ley de los senos:

$$\frac{\text{sen } A}{a} = \frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}$$

Ley de los cosenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Área:

$$\text{Área} = \frac{1}{2} bc \text{sen } A$$

$$= \frac{1}{2} ac \text{sen } B = \frac{1}{2} ab \text{sen } C$$

$$\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

donde $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

Forma trigonométrica de un número complejo

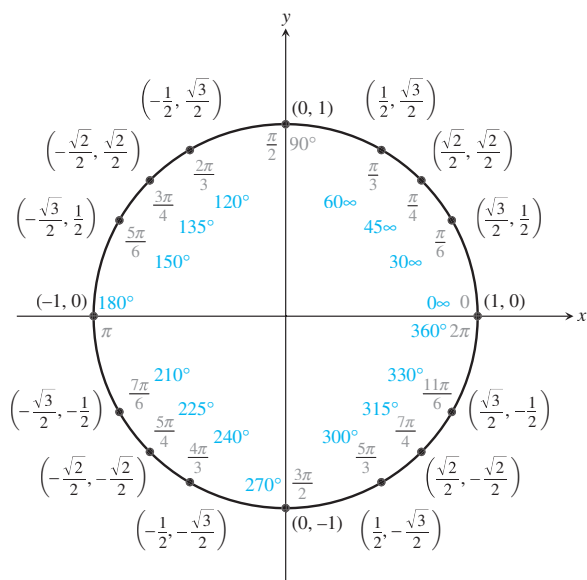
$$z = a + bi = (r \cos \theta) + (r \text{sen } \theta)i$$

$$= r(\cos \theta + i \text{sen } \theta)$$

Teorema de Moivre

$$z^n = [r(\cos \theta + i \text{sen } \theta)]^n$$

$$= r^n(\cos n\theta + i \text{sen } n\theta)$$



B.4 Fórmulas de geometría analítica

Fórmulas básicas

Distancia d entre puntos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Punto medio: $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

Pendiente de una recta: $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Condición para rectas paralelas: $m_1 = m_2$

Condición para rectas perpendiculares: $m_2 = -\frac{1}{m_1}$

Ecuaciones de una recta

La forma punto pendiente, pendiente m y que pasa por (x_1, y_1) :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

La forma pendiente-intercepción, pendiente m e intersección en y igual a b :

$$y = mx + b$$

Ecuación de una circunferencia

La circunferencia con centro (h, k) y radio r :

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Parábolas con vértice en (h, k)

Ecuación estándar

$$(x - h)^2 = 4p(y - k) \quad (y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Abre

Hacia arriba o hacia abajo

A la derecha o a la izquierda

Foco

$$(h, k + p)$$

$$(h + p, k)$$

Directriz

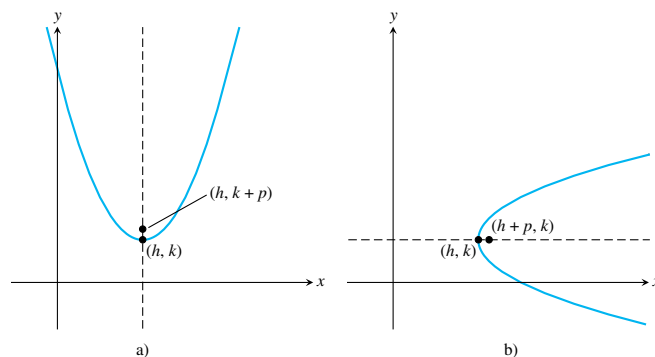
$$y = k - p$$

$$x = h - p$$

Eje

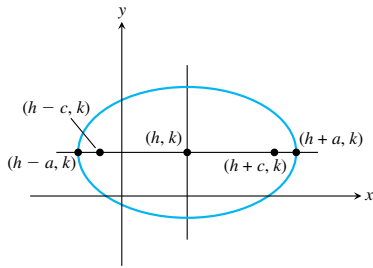
$$x = h$$

$$y = k$$

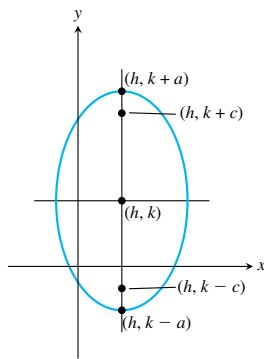


Elipses con centro en (h, k) y $a > b > 0$

Ecuación estándar	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
Eje focal	$y = k$	$x = h$
Focos	$(h \pm c, k)$	$(h, k \pm c)$
Vértices	$(h \pm a, k)$	$(h, k \pm a)$
Relación pitagórica	$a^2 = b^2 + c^2$	$a^2 = b^2 + c^2$



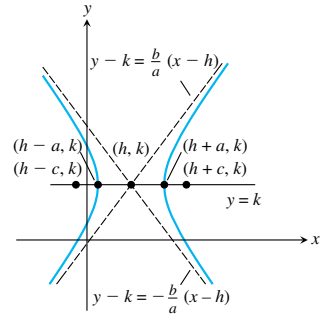
a)



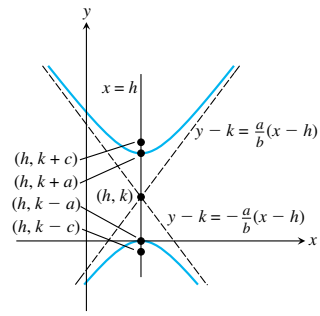
b)

Hipérbolas con centro en (h, k)

Ecuación estándar	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
Eje focal	$y = k$	$x = h$
Focos	$(h \pm c, k)$	$(h, k \pm c)$
Vértices	$(h \pm a, k)$	$(h, k \pm a)$
Relación pitagórica	$c^2 = a^2 + b^2$	$c^2 = a^2 + b^2$
Asíntotas	$y = \pm \frac{b}{a}(x-h) + k$	$y = \pm \frac{a}{b}(x-h) + k$

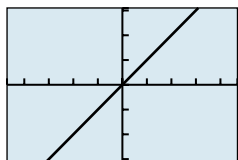


a)



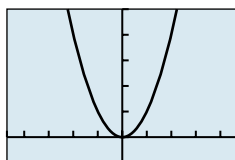
b)

B.5 Galería de funciones básicas



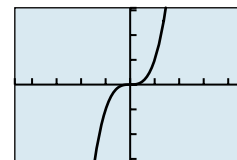
$[-4.7, 4.7]$ por $[-3.1, 3.1]$

Función identidad
 $f(x) = x$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = $(-\infty, \infty)$



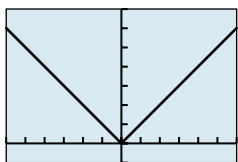
$[-4.7, 4.7]$ por $[-1, 5]$

Función cuadrática
 $f(x) = x^2$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = $[0, \infty)$



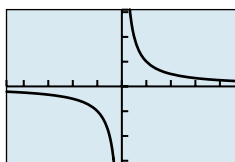
$[-4.7, 4.7]$ por $[-3.1, 3.1]$

Función cúbica
 $f(x) = x^3$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = $(-\infty, \infty)$



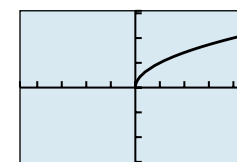
$[-6, 6]$ por $[-1, 7]$

Función valor absoluto
 $f(x) = |x| = \text{abs}(x)$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = $[0, \infty)$



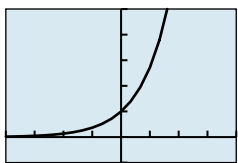
$[-4.7, 4.7]$ por $[-3.1, 3.1]$

Función recíproca
 $f(x) = \frac{1}{x}$
 Dominio = $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
 Rango = $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$



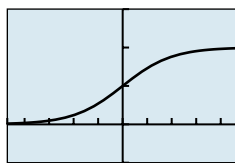
$[-4.7, 4.7]$ por $[-3.1, 3.1]$

Función raíz cuadrada
 $f(x) = \sqrt{x}$
 Dominio = $[0, \infty)$
 Rango = $[0, \infty)$



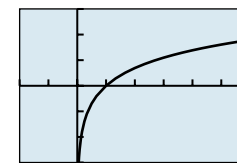
$[-4, 4]$ por $[-1, 5]$

Función exponencial
 $f(x) = e^x$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = $(0, \infty)$



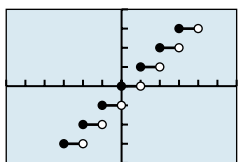
$[-4.7, 4.7]$ por $[-0.5, 1.5]$

Función logística
 $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = $(0, 1)$



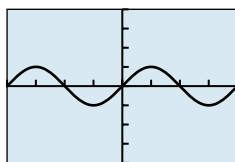
$[-2, 6]$ por $[-3, 3]$

Función logaritmo natural
 $f(x) = \ln x$
 Dominio = $(0, \infty)$
 Rango = $(-\infty, \infty)$



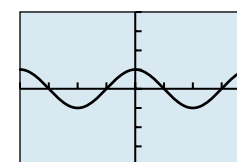
$[-6, 6]$ por $[-4, 4]$

Función entero Mayor
 $f(x) = \text{ent}(x)$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = todos los enteros



$[-2\pi, 2\pi]$ por $[-4, 4]$

Función seno
 $f(x) = \text{sen}(x)$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = $[-1, 1]$



$[-2\pi, 2\pi]$ por $[-4, 4]$

Función coseno
 $f(x) = \text{cos}(x)$
 Dominio = $(-\infty, \infty)$
 Rango = $[-1, 1]$