

Cálculo Diferencial

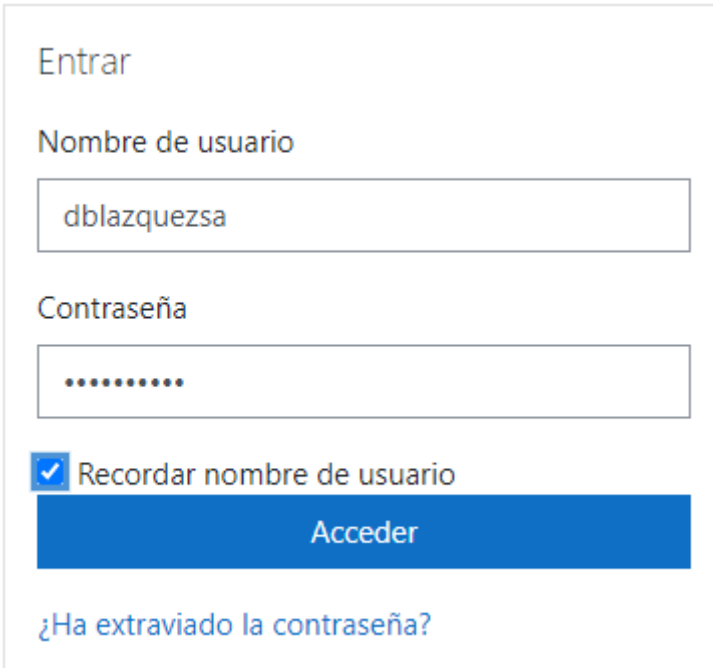
Plan Curricular - Semestre 2023 - II

Bienvenidas/os al curso de cálculo diferencial. Es fundamental que **lean con atención este documento en su totalidad** para conocer la metodología, el enfoque y la programación del curso..

Plataforma moodle 'micampus'

El curso es presencial, pero algunas actividades estarán mediadas por la plataforma Moodle del nivel nacional (<https://micampus.unal.edu.co/>). **Es importante no confundir esta plataforma con otras plataformas similares que maneja la universidad (unvirtual, campus.virtual, etc.)** Para ingresar:

- Entre al website de <https://micampus.unal.edu.co/>
- A la derecha, ingrese su usuario institucional (sin el @unal.edu.co) y la misma contraseña que usa para acceder al correo.



The image shows a login form titled 'Entrar' (Login). It contains the following elements:

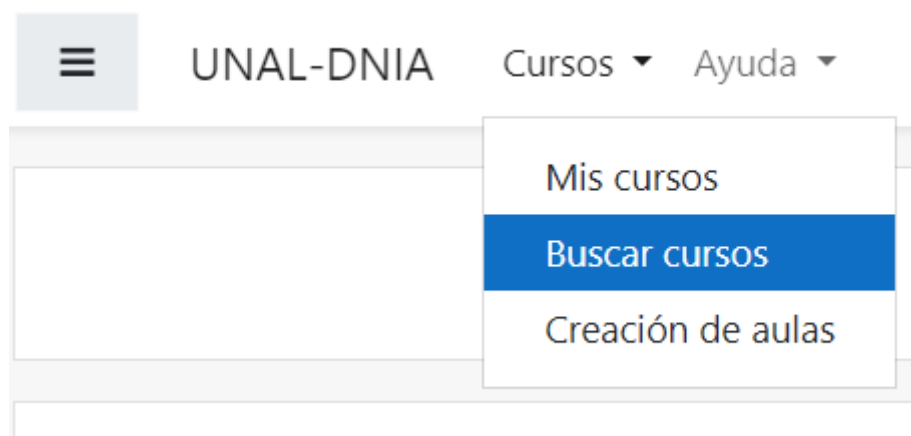
- A label 'Nombre de usuario' (Username) above a text input field containing the text 'dblazquezsa'.
- A label 'Contraseña' (Password) above a password input field filled with dots.
- A checked checkbox labeled 'Recordar nombre de usuario' (Remember username).
- A blue button labeled 'Acceder' (Login).
- A link below the button that says '¿Ha extraviado la contraseña?' (Forgot your password?).

- Le debe aparecer una vista con todos los cursos en los que está matriculado en este servidor Moodle. El curso de este semestre es **CÁLCULO DIFERENCIAL (med-1000004-u-2023-03)**.

Instrucciones para matricularse en ‘micampus’

Es posible que aparezca automáticamente inscrito en el curso **CÁLCULO DIFERENCIAL (med-1000004-u-2023-03)** en micampus. En ocasiones este proceso se retrasa y por eso si el curso no aparece en su lista de cursos inscritos, siga estas instrucciones:

1. Acceda a micampus.unal.edu.co
2. Haga click en la pestaña cursos (parte superior izquierda)
3. Seleccione “buscar cursos” en el menú que se despliega.



4. En el campo “buscar-cursos” escriba el código **med-1000004-u-2023-03**.
5. Haga clic en el curso. El sistema le pedirá una contraseña de matriculación.
6. Use la contraseña **sinlimites** y click en

 CÁLCULO DIFERENCIAL (med-1000004-u-2023-01)

Teacher: [David Blazquez Sanz](#)

▼ Auto-matriculación (Student)

Clave de matriculación

Matricularme

Si no puede matricularse mediante este proceso **póngase en contacto con la asistencia de moodle de la DNIA del nivel nacional al correo unvsoporte@unal.edu.co**. Todos los estudiantes deben estar matriculados en Moodle para poder seguir las actividades evaluativas del curso.

Todos los grupos seguirán una metodología coordinada con dos clases presenciales (Ma - Ju o bien Mi - Vi) y una sesión de taller (Lu) a la semana. En estas clases tendremos distintos tipos de actividades de aprendizaje.

1. Presentaciones teórico/prácticas por parte del profesor encargado del curso.
2. Sesiones de taller con quizzes formativos.

3. Sesiones de taller colaborativas de trabajo en grupo.
4. Sesiones de taller con exposiciones en grupo.

Los **recursos** principales para el aprendizaje en este curso son:

1. Las **14 guías de estudio** que se publicarán semanalmente en el Moodle.
2. El material para los talleres que se publicará en Moodle antes de las sesiones de taller.
3. Videos explicativos en [nuestro canal de YouTube](#) como material complementario a las guías.
4. El [libro guía](#) ([acceso online a través de la biblioteca](#))

Parte del aprendizaje en este curso se llevará a cabo mediante trabajo en equipo dentro de **células de estudio colaborativo y solidario** conformadas por de 3 a 5 estudiantes.

El **equipo de trabajo** del curso cuenta con el siguiente personal:

- El coordinador del curso (contacto: calculodif_med@unal.edu.co) se encarga de coordinar la producción del material didáctico, administrar la página del moodle y las actividades de evaluación conjuntas.
- Los docentes responsables de cada grupo se encargan de las clases teórico/prácticas, algunas de las sesiones de taller, de administrar las calificaciones de cada grupo, y algunos espacios de asesoría.
- Los pares tutores GEA trabajan con los estudiantes mediante asesorías con y sin cita para la realización de actividades colaborativas y resolución de ejercicios respectivamente.

Actividades de aprendizaje

Las **actividades de aprendizaje** que realizarán los estudiantes, y la intensidad horaria esperada para cada una, se resumen en la siguiente tabla (cada hipervínculo lleva a información detallada)

Actividad de aprendizaje	Frecuencia	horas por semana	Tipo	Medio
Estudio de la guía y material anexo	A discreción del estudiante	4	Trabajo individual	Zona personal de estudio, documentos multimedia e interactivos, texto guía
Sesiones de clase teórico práctica	dos veces por semana	4	Aprendizaje magistral y activo, asesoría, aprendizaje colaborativo	Salón de clase + formato de QUIZZ
Taller formativo o colaborativo	semanal	2	Aprendizaje acompañado, trabajo colaborativo y solidario	Salón de clase

Actividades de evaluación

La evaluación se piensa continua y diversa, con énfasis en el trabajo colaborativo. Los principios son:

- Uniformidad metodológica para todos los grupos.
- Evaluación permanente para ayudar al estudiante en la gestión de su tiempo.
- Diversidad de medios y tipos de evaluación para que personas en situaciones diversas tengan oportunidad de participar efectivamente.

Las actividades que se están considerando por el equipo docente son las siguientes

Actividad	Frecuencia	Tipo	Elabora	Califica	Medio	%
Quizzes en clase taller	Programados semanalmente en la primera parte del curso.	Evaluación formativa	Coordinación	Cada docente y/o monitores de posgrado	Aula de clase	35
Trabajo colaborativo	En la última parte del curso	Evaluación formativa y trabajo colaborativo	Coordinación	Cada docente y/o monitores de posgrado	Aula de clase	10
Parcial	Sumativo - a mitad del semestre	Sumativo, numérico, individual	Coordinación	Docentes y monitores	Presencial	25
Final	Una vez - final del semestre	Sumativo individual con preguntas abiertas	Coordinación	Docentes y monitores	Presencial	30

Quizes en clase taller

Al finalizar los talleres se realizarán quizes breves (30 minutos) de preguntas operativas. El tipo de pregunta será similar a las que se hayan trabajado en ese taller y los inmediatamente anteriores. Habrá un total de **5 quizes** a lo largo del semestre.

Si un estudiante no puede presentar un quizz, de forma justificada, se le reemplazará la calificación por la que obtenga en el examen parcial (quizes 1, 2, 3) o final (quizes 4, 5).

Tareas colaborativas

En la última parte del curso (ver [programa calendario](#)) se propondrán a los estudiantes pequeños proyectos para realizar en células de máximo 5 estudiantes.

Estos proyectos se defenderán públicamente en la clase taller de la siguiente semana a la que sean propuestos. **La defensa será de la manera que la célula de estudiantes**

acuerde con el docente o monitor al cargo de la sesión. Habrá limitaciones estrictas de tiempo, que se fijan en un principio en **10 minutos** pero pueden variar en función de la cantidad de células que deban exponer. Modalidades posibles que el profesor puede autorizar son:

1. Presentación en PDF o Power Point.
2. Vídeo pregrabado con la presentación, en el que intervengan todos los estudiantes.
3. Presentación breve en el tablero.

Parcial

De preguntas operativas con respuesta cerrada.. Enfocado en los elementos básicos de teoría de funciones y los modelos matemáticos lineales, exponenciales, potenciales y trigonométricos. **Tendrá lugar el 2 de octubre.**

Final

De preguntas operativas y de interpretación. Orientado al análisis del comportamiento de las funciones y la optimización. Puede incluir preguntas que involucren todos los conocimientos y habilidades adquiridas durante el curso. **Tendrá lugar el 20 de noviembre.**

Programación

PROGRAMACIÓN CÁLCULO DIFERENCIAL 2023 - 2					
Parte	Capítulo	Temas	Semana #	Fecha#	Actividades evaluativas
I. Variables y Funciones	1. El principio del infinito	Introducción. El principio del infinito	1	7 - 13 ago	(lunes festivo)
		Números reales y el infinito			
		Variables y unidades			
	2. Definición y descripción de funciones	Funciones y su representación	2	14 - 20 ago	Taller diagnóstico
		Cómo describir funciones			
		Tasa de cambio promedio	3	21 - 27 ago	(lunes festivo)
Funciones lineales					
II. Funciones como Modelos de	3. Una librería de funciones	Funciones potencia	4	28 ago - 3 set	Taller + Quizz 1
		Funciones Exponenciales			
		Funciones Trigonométricas	5	4 - 10 set	Taller + Quizz 2
	Funciones por tramos				
	4. Formas de	Operaciones entre funciones			

	combinar funciones	Composición de funciones	6	11 - 17 set	Taller + Quizz 3
		Inversión de funciones			
Semana universitaria 18 - 24 set					
III. Límites y Derivadas	5. Límites y continuidad	El concepto de límite	7	25 set - 1 oct	Taller + Quiz 4
		Cálculo de límites			
		Continuidad	8	2 - 8 oct	Examen parcial (tentativo 2 de oct)
		Límites al infinito			
	6. Definición y cálculo de la derivada	Definición e interpretación de la derivada	9	9 - 15 oct	Taller + Quiz 5
		Aproximación lineal y diferenciales			
		Derivadas notables			
		Diferencias finitas* (flexible)			
	7. Propiedades de la derivada	Derivada de suma, producto y cociente	10	16 -22 oct	(lunes festivo)
		Regla de la cadena	11	23 - 29 oct	Actividad (preparación)
Derivada de funciones inversas					
IV. Aplicaciones	8. Aplicaciones clásicas	Regla de L'Hospital	12	30 oct - 5 nov	Actividad (exposición)
		Análisis de curvas y valores extremos			
		Problemas de Optimización			
	9. Introducción a las ecuaciones diferenciales* (flexible)	EDO básicas	14	13 nov - 19 nov	(lunes festivo)
		Tasas de cambio relacionadas			
	Derivación implícita				
Repaso y evaluación			15	20 nov - 26 nov	Ex final (tentativo 20 nov)
			16	27 nov - 3 dic	Evaluación y revisión

Cualquier modificación del Programa-Calendario se actualizará en este [LINK](#)

Principios pedagógicos

Los principios y fundamentos teóricos que rigen la propuesta son los siguientes:

- Enfoque centrado en el aprendizaje.
- El cálculo diferencial para responder preguntas en la vida del estudiante. Es decir, usar herramientas del cálculo para completar el circuito entre preguntas y conocimientos.
- Aprendizaje situado con énfasis territorial. El “contexto primario” de interés es el territorio (a dónde pertenezco, lo que defiende y me conmueve), empezando por el cuerpo y aumentando en escala.
- Todo empieza y termina con la palabra. Se espera que los estudiantes articulen el lenguaje escrito con el lenguaje de las matemáticas para interrogar la realidad.
- Trabajo colaborativo y solidario. En las células de trabajo, el aprendizaje de cada integrante depende del aprendizaje de los otros. Es trabajo en equipo donde cada uno aporta según sus capacidades e intereses.
- Aprendizaje activo orientado por el docente durante las sesiones sincrónicas: haciendo y pensando sobre lo que se está haciendo.
- Computación automática siempre que sea posible. El estudiante puede usar el computador para todo lo que quiera y pueda.

Resultados de aprendizaje

1. Consolidar las competencias elementales de aritmética, álgebra y trigonometría.
2. Utilizar de forma apropiada conceptos asociados a las funciones de variable real: rango, dominio, continuidad, asíntotas.
3. Definir, manipular e interpretar funciones de una variable como modelos matemáticos, incluyendo el uso de las operaciones aritméticas básicas y la composición.
4. Comprender y aplicar los límites de funciones como una herramienta para conceptualizar la aproximación.
5. Calcular la derivada de una función, usarla para inferir las propiedades de la función, y deducir su relación con los correspondientes modelos matemáticos.
6. Utilizar el modelado mediante funciones y el análisis de éstas para plantear y resolver problemas de optimización de una única variable.
7. Reconocer al “Principio del Infinito” como una herramienta poderosa para resolver problemas dividiéndolos en infinitas partes infinitamente pequeñas.

Al final de cada semana se publicará la **guía de estudio semanal** para la semana siguiente. Para flexibilizar el acceso, cada semana la guía se publicará en dos formatos:

- **PDF**: se puede visualizar en cualquier dispositivo, pero no es interactivo.
- **NB**: notebook interactivo de Mathematica. Estos archivos se pueden visualizar de tres formas:

- A través de [WolframCloud](#) desde cualquier navegador y siguiendo el enlace que se publicará semanalmente. No es necesario haber creado cuenta en el [Wolfram User Portal](#), pero si es recomendable.
- Descargando e instalando el [Wolfram Player](#).
- Descargando e instalando [Mathematica](#). En este momento no se dispone de licencia de campus.

La siguiente figura muestra las partes típicas de nuestras guías de estudio

1. Regla de la cadena

La regla de la cadena se ocupa de la derivada de funciones compuestas. Motivaremos esta importante fórmula de dos formas. Primero consideremos el efecto de multiplicar la variable independiente por una constante.

Teorema 1.1. Pequeña regla de la cadena. Sea f una función y $c \in \mathbb{R}$. Si f es diferenciable en c , entonces la función $f(cx)$ es diferenciable en x , y

$$\frac{d}{dx} f(cx) = c f'(cx)$$

La pequeña regla de la cadena pone en evidencia la relación entre las derivadas de las funciones $f(x)$ y $f(cx)$. Por ejemplo, si $c > 1$ la gráfica de $f(cx)$ es una versión horizontalmente comprimida de la de f , y el efecto de esta compresión es que todas las pendientes se multiplican por un factor de c :

Para calcular la derivada de $f(cx)$ en x , debemos calcular derivada de f en cx y ajustarla por un factor de c . Este efecto se ilustra a continuación en un contexto de mucha utilidad:

Ejemplo 1.1. Cambio de unidades. Supongamos que la función $s = f(t)$ representa la distancia en metros a la cual se encuentra un objeto en el tiempo t , y que la variable t está en minutos con $\text{Dom}(f) = [0, 2]$. Si por alguna razón queremos cambiar de unidades y medir el tiempo en segundos, introducimos una nueva variable temporal $x = 60t$ y una función g describiendo el mismo movimiento $x = g(x)$ en las nuevas unidades con $\text{Dom}(g) = [0, 120]$. Las funciones f y g están relacionadas así:

$$s = g(x) = f\left(\frac{x}{60}\right).$$

Ahora consideremos la derivada de una función compuesta $g \circ f$. La teoría y el ejemplo que vemos a continuación, lo pueden ver también en el siguiente video:

[Clase: la regla de la cadena \(YouTube\)](#)

[La regla de la cadena: Sección 3.4](#)

Ejercicios. Sea $x = f(t)$ la distancia en km recorrida por un carro en un viaje hasta el tiempo t en horas. Sea $y = g(t)$ la distancia en m recorrida por el mismo carro en el mismo viaje en función del tiempo t en minutos.

1.1. Marque todas las expresiones correctas:

a. $g'(x) = 1000 f'\left(\frac{x}{60}\right)$ b. $f'(t) = 1000 g'(60t)$
 c. $f'(t) = \frac{1}{1000} g'(60t)$ d. $g'(x) = \frac{1}{1000} f'\left(\frac{x}{60}\right)$

1.2. Supongamos que el carro a los dos horas de camino iba a una velocidad de 30 km/h. Marque todas las afirmaciones correctas:

a. $g'(120) = 30$ b. $f'(2) = 30$
 c. $g'(120) = 0.5$ d. $g'(120) = 500$

Actividades

Actividad 1. Sea $A(r)$ el área de una circulo de radio r y $P(r)$ su perímetro. Demuestre que $A'(r) = P(r)$. Demuestre que lo mismo ocurre entre el volumen de una esfera y su área superficial. Argumente en términos del principio del infinito esto por qué es cierto. ¿Se cumplen los resultados análogos para un cuadrado y un cubo? ¿Por qué?

Rúbrica. Demuestra correctamente la relación entre la derivada del área y el perímetro para el círculo y la esfera (20%). Argumenta de manera convincente, utilizando el lenguaje de las tasas de cambio y/o las diferenciales e ilustrando con figuras, por qué se cumplen esas relaciones (40%). Analiza correctamente el caso de un cuadrado y un cubo (20%). Explica de manera coherente, por qué no se cumplen en esos casos (20%).

Actividad 2. Las antenas y faros parabólicos funcionan gracias a la siguiente importante propiedad: cualquier rayo paralelo al eje de la parábola, se refleja en dirección al foco de la parábola. Esta actividad consiste en usar geometría analítica y la derivada para demostrar esta propiedad.

Sea $a > 0$ y considere la parábola $y(x) = a x^2$ que se muestra en la figura. El eje de la parábola es el eje vertical, y el foco tiene coordenadas $(0, f)$ con $f = 1/(4a)$. Sea $x = 0$ y trace la recta tangente a la parábola en el punto $(x, y(x))$. Sea β_1 el ángulo que forma el rayo paralelo al eje con la recta tangente, y β_2 el ángulo que forma la tangente con el segmento que une el punto $(x, y(x))$ con el foco. Queremos demostrar que $\beta_1 = \beta_2$. Esto implica que los rayos que inciden en una antena parabólica son reflejados hacia el foco, y que los rayos que salen del foco en una faro parabólica son reflejados paralelamente al eje.

Definiciones y Teoremas principales

Objetos interactivos

Ejemplos resueltos

Enlace a video de YouTube

Referencia al libro guía

Ejercicios del cuestionario para responder en Moodle

Actividades para resolver por células

Rúbrica de calificación de cada actividad