Catálogo

Simulacro primer parcial
Matemáticas Discretas

1. Construya la siguiente tabla de verdad.

   $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow s.$

2. Determine el valor de x, después de ejecutar los siguientes algoritmos si se tiene que x = 1 antes de ejecutar el algoritmo. (El “XOR” es un O excluyente, solo es verdad si las proposiciones tienen valores de verdad distintos.)

   a) **if** $x + 2 = 3$ **then** $x := x + 1$
   b) **if** $(x + 1 = 3)$ *OR* $(2x + 2 = 3)$ **then** $x := x + 1$
   c) **if** $(2x + 3 = 5)$ *AND* $(3x + 4 = 7)$ **then** $x := x + 1$
   d) **if** $(x + 1 = 2)$ *XOR* $(x + 2 = 3)$ **then** $x := x + 1$
   e) **if** $x < 2$ **then** $x := x + 1$

3. Como recompensa por salvar a su hija de los piratas, el Rey te ha dado la oportunidad de ganar un tesoro escondido dentro de uno de los tres baúles. Los dos baúles que no contienen el tesoro están vacíos. Para ganar, debes seleccionar el baúl correcto. Los baúles 1 y 2 están inscritos con el mensaje "Este baúl está vacío", y el baúl 3 está inscrito con el mensaje "El tesoro está en el baúl 2". La Reina, que nunca miente, te dice que solo una de estas inscripciones es cierta, mientras que las otras dos están equivocadas. ¿Qué baúl debes seleccionar para ganar?

4. Encuentre una fórmula que describa la suma de los primeros n naturales impares, luego realice la prueba por inducción.

5. Elabore un algoritmo recursivo que describa el número mínimo de pasos para la Torre de Hanoi dados n discos.

6. Encuentre los 10 primeros términos de la secuencia recursiva

$$a(n) = n - a(a(a(a(n-1)))) \text{ for } n \geq 1,\ a(0) = 0$$

Classca SAS
901564378-7
311 3690459
admin@clasescamilo.page

Simulacro Parcial 1 Matemáticas Discretas

1. Complete los siguientes valores de verdad

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r} \vee (\boldsymbol{q} \longrightarrow \boldsymbol{r})$	$\boldsymbol{r} \vee (\boldsymbol{q} \longrightarrow \neg\boldsymbol{r})$	$(\boldsymbol{q} \leftrightarrow \boldsymbol{r}) \wedge (\boldsymbol{q} \longrightarrow \neg\boldsymbol{r})$
F	**V**	**F**			

2. Considere la siguiente proposición P y Q, cuyo discurso son los enteros $x, y \in \mathbb{Z}$

$$P: \forall x \; \forall y \; ((x > 0) \wedge (y < 0) \; \rightarrow (xy < 0))$$

$$Q: \forall x \; \exists y \; ((x^2 = y) \rightarrow (y < x + 1))$$

Convierta a lenguaje natural y determine sus negaciones empleando solamente cuantificadores y las operaciones $\wedge \; y \; \vee$.

3. Escriba un algoritmo recursivo que calcule los siguientes valores

$$S_n = 5 + 11 + 21 + \cdots + (2n^2 + 3)$$

4. Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes afirmaciones para $x, y \; \in \mathbb{R}$:

- $\forall x \forall y \; (x^2 + y^2 = 7)$
- $\forall x \exists y \; (x^2 + y^2 = 7)$
- $\exists x \forall y \; (x^2 + y^2 = 7)$
- $\exists x \exists y \; (x^2 + y^2 = 7)$

5. Sea n un entero positivo. Considere la siguiente preposición

$$S(n): Si \; 7n + 10 \; es \; impar, \qquad entonces \; 7n + 10 \; es \; impar$$

a) Escríbalo en operadores lógicos

b) Sea R(n) la contrarrecíproca de S(n), halle R(n)

c) Demuestra S(n) o de manera equivalente, a R(n) mediante su método preferido

6. Demuestre mediante inducción matemática que la siguiente afirmación es verdadera para todo entero $n \geq 1$

$$S(n): 9 + 13 + 17 + \cdots + (4n + 5) = n(2n + 7)$$

7. Realice la prueba de escritorio para n=5 del siguiente pseudocodigo:

```
Procedure Fn(n):
    If n==1:
            Return 1
    Else:
            Return Fn(n-1)*n
```

8. Realice la prueba de escritorio para n=7 y escríbalo como una recursión de la forma

```
Procedure Fn(n):
    If n==0 or n==1:
            Return 1
    Else:
            Return Fn(n-1)+Fn(n-2)
```

1. Construya la tabla de verdad de $\left(\left((p \to q) \to r\right) \to s\right)$

p	q	r	s	p-> q	p-> q ->r	p->q->r->s
V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	V	F
V	V	F	V	V	F	V
V	V	F	F	V	F	V
V	F	V	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	F	V

2. Determine el valor después de ejecutar el algoritmo ($x = 1$)
   a. If (x+2=3) then x:=x+1
      $1 + 2 = 3$ es verdadero
      $x = 1 + 1 = 2.$
   b. If (x+1=3) or (2x+2=3) then x:=x+1
      $1 + 1 = 3\ o\ 2(1) + 2 = 3.$
      $F\ o\ F$ es falso
      $x = 1.$
   c. If (x+1=2) xor (x+2=3) then x:=x+1
      $1 + 1 = 2\ \ xor\ \ 1 + 2 = 3.$
      $V\ xor\ V$ es falso (tienen igual valor de verdad)
      $x = 1.$
   d. If x<2 then x:=x+1
      $1 < 2$ es verdadero
      $x = 1 + 1 = 2.$
3. El tesoro está en uno de los tres baúles, en los baúles 1 y 2 dice “este baúl está vacío” y el baúl 3 dice “el tesoro está en el baúl 2”. Se sabe que solo una de las inscripciones es cierta. ¿En dónde está el tesoro?

   Caso 1: Baúl 1 dice la verdad
   El tesoro no está en el baúl 1
   La inscripción del baúl 3 es falsa y no está en el baúl 2
   El tesoro está en el baúl 3
   La inscripción del baúl 2 es verdad -> Contradicción

Caso 2: Baúl 2 dice la verdad
El tesoro no está en el baúl 2
La inscripción del baúl 1 es falsa y allí está el tesoro
El tesoro no está en el baúl 2 entonces la inscripción del baúl 3 es falsa
Solución factible: Está en el baúl 1

Caso 3: Baúl 3 dice la verdad
El tesoro está en el baúl 2
El tesoro no está en el baúl 1 entonces su inscripción es verdad -> Contradicción

Finalmente, la única solución factible es que el baúl 2 diga la verdad y por consecuencia, el tesoro está en el baúl 1

4. Encuentre la formula de la suma de los números naturales impares. Realice la prueba por inducción

Explorando

$$1 = 1$$
$$1 + 3 = 4$$
$$1 + 3 + 5 = 9$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

Hipótesis $1 + 3 + \cdots + (2n - 1) = n^2$
Demostramos por inducción
Paso base:

$$1 = 1^2 = 1$$

Suponiendo que se cumple para k

$$1 + 3 + \cdots + (2k - 1) = k^2$$

Para $k + 1$ se tiene

$$1 + 3 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$$
$$k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2$$

Se ve que se cumple para $k + 1$, por lo tanto, se cumple $\forall k \in \mathbb{N}^+$

5. Encuentre los 10 primeros términos de la secuencia

$$a(n) = n - a\left(a\left(a\big(a(n-1)\big)\right)\right), \quad a(0) = 0$$
$$a(1) = 1 - a\left(a\left(a\big(a(0)\big)\right)\right)$$

$$a(1) = 1 - a\left(a\big(a(0)\big)\right)$$
$$a(1) = 1 - a\big(a(0)\big)$$
$$a(1) = 1 - a(0) = 1$$

$$a(2) = 2 - a\left(a\left(a(a(1))\right)\right) = 2 - 1 = 1$$
$$a(3) = 3 - a\left(a\left(a(a(2))\right)\right) = 3 - 1 = 2$$
$$a(4) = 4 - a\left(a\left(a(a(3))\right)\right) = 4 - 1 = 3$$
$$a(5) = 5 - a\left(a\left(a(a(4))\right)\right) = 5 - 1 = 4$$
$$a(6) = 6 - a\left(a\left(a(a(5))\right)\right) = 6 - 1 = 5$$
$$a(7) = 7 - a\left(a\left(a(a(6))\right)\right) = 7 - 2 = 5$$
$$a(8) = 8 - a\left(a\left(a(a(7))\right)\right) = 8 - 2 = 6$$
$$a(9) = 9 - a\left(a\left(a(a(8))\right)\right) = 9 - 3 = 6$$
$$a(10) = 10 - a\left(a\left(a(a(9))\right)\right) = 10 - 3 = 7$$

Ejemplo:

$$\begin{gathered} a(7) = 7 - a\left(a\left(a(a(6))\right)\right) \\ = 7 - a\left(a(a(5))\right) \\ = 7 - a(a(4)) \\ = 7 - a(3) \\ = 7 - 2 = 5 \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} a(9) = 9 - a\left(a\left(a(a(8))\right)\right) \\ = 9 - a\left(a(a(6))\right) \\ = 9 - a(a(5)) \\ = 9 - a(4) \\ = 9 - 3 = 6 \end{gathered}$$